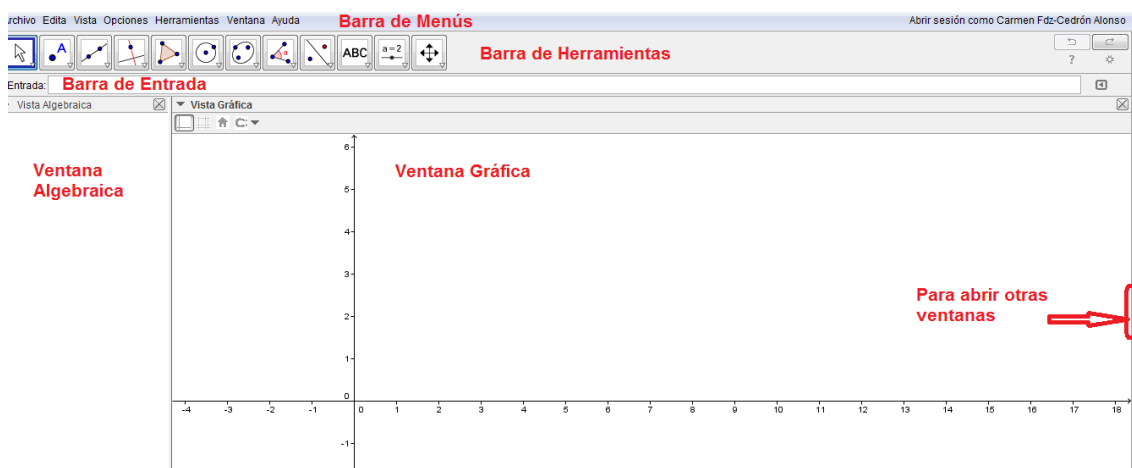


Taller de Geogebra para Primaria. Primeros pasos con Geogebra

Geogebra es un programa informático que permite explorar, analizar, descubrir, comprobar y experimentar en Matemáticas. Se puede encontrar en esta página <https://www.geogebra.org/> desde donde se puede descargar totalmente gratis, también la versión para tablets.



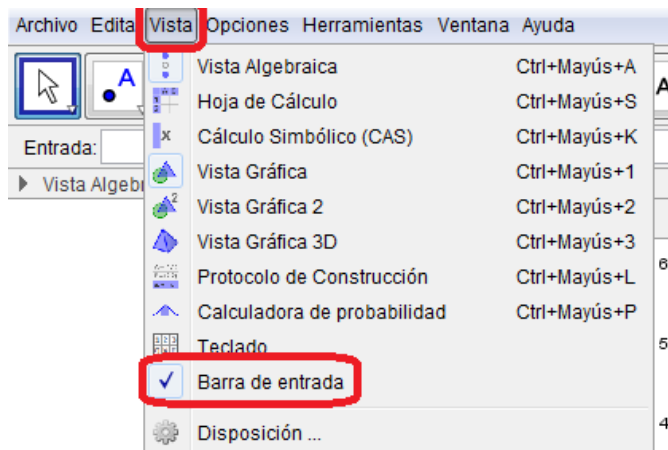
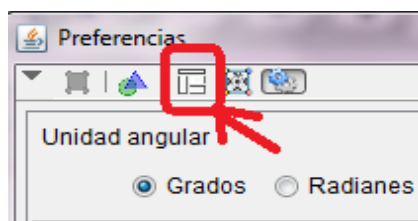
Una vez descargado, cuando pinchamos en el icono de nuestro ordenador, aparece la siguiente ventana:



Podéis observar que la **Barra de Entrada**, o no aparece, o está debajo. Esto se soluciona desde el menú **Vista, Barra de entrada**

Se puede ver, también que en este menú aparecen distintas ventanas que se iremos conociendo poco a poco.

Para que la Barra de entrada quede arriba, **Menú Opciones, Avanzado**. Aparece una ventana con **Preferencias**.

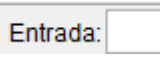








Escogemos el icono marcado y colocamos la barra donde queramos, a mí me gusta arriba porque se ve mejor desde la pizarra blanca con el cañón.

También se puede cambiar el tamaño de la pantalla en **Menú Opciones, Tamaño de letra**.

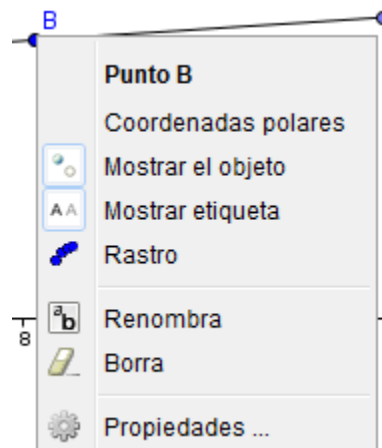
A veces, es muy molesto que aparezcan las etiquetas de cualquier objeto nuevo que creemos porque ya lo vemos en la Vista algebraica. Desde este **Menú Opciones, Etiquetado** se puede seleccionar **Ningún objeto nuevo**.

Primeros pasos: lo primero que tenemos que saber es que los objetos en Geogebra se dividen en **libres, semidependientes y dependientes**.


	Desde la Barra de Entrada escribimos (0,2) y pulsamos Intro . Nos aparece un punto A tanto en la ventana algebraica como en la ventana gráfica con un color azul oscuro.
	Pinchamos en un lugar cualquiera de la ventana gráfica. Nos aparece otro punto azul, y sus coordenadas en la ventana gráfica.
	Con la herramienta que sirve para trazar rectas que pasen por dos puntos, unimos los dos puntos.
	Si escogemos otra vez la herramienta punto y pinchamos sobre la recta, nos aparece un 3º punto C pero un poco más claro.
	La herramienta elige y mueve , nos permite mover los distintos elementos. Al pinchar sobre A y moverlo, se mueve toda la recta, lo mismo con B, Pero ¿qué ocurre con C?.
	La herramienta punto medio permite hallar el punto medio entre dos puntos. Con ella seleccionada pinchad en A y en B. Veréis que el punto que aparece es negro y no se puede mover. Es un punto totalmente dependiente

Otra diferencia muy importante está entre **Ocultar** y **Borrar**: si pincháis con el botón derecho del ratón en cualquier objeto, aparece el **menú contextual** que nos permite modificar determinadas propiedades del objeto: mostrarlo, no mostrarlo o borrarlo. **Mucho cuidado**...!! porque si lo borráis desaparecen todos los objetos dependientes del mismo, es mucho mejor ocultarlo pinchando en .


Dibujos y Construcciones: para poder apreciar y vislumbrar la gran potencia de Geogebra hay que aprender la diferencia entre **dibujar un objeto y construirlo**.









Actividad 1: Tratad de realizar los siguientes ejercicios:

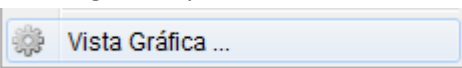

- 1.- ¿Cuántas formas podéis encontrar de construir un cuadrado SIN utilizar la herramienta Polígono regular ?. Cuidado que no se trata de dibujarlo....!!!.
- 2.- Construye un paralelogramo.
- 3.- Construye un triángulo rectángulo y otro rectángulo e isósceles.
- 4.- Construye un trapecio isósceles y otro rectángulo.
- 5.- Construye un rombo





Los deslizadores: son herramientas muy útiles que permiten crear variables. Hay dos tipos: de número y de ángulo. Veamos cómo funcionan con dos sencillos ejemplos.

Actividad 2: Preparamos el área de trabajo: quitamos los ejes, pinchamos en la Vista gráfica y vemos que en el menú debajo de la barra de herramientas, aparece  seleccionar **Fijado a cuadrícula**. Con ello lo que conseguimos es que los puntos que creemos vayan justamente a los puntos de intersección de la cuadrícula y no anden dispersos



	Con la herramienta Deslizador seleccionada se pincha en la ventana gráfica y, en el cuadro que aparece, se pone el mínimo a 0. Los demás valores se dejan como están. Fijémonos que el nombre del deslizador es a , aunque se puede cambiar y poner algo más significativo.
Entrada: <input type="text"/>	Desde la Barra de entrada se dibujan tres puntos: $A=(0,0)$ $B=(8,0)$ y $C=(12,0)$. Cada vez se pulsa Intro para aceptar.
	Construimos tres circunferencias: una con centro en A y radio a, otra con centro en B y radio a/2 y una tercera con centro en C y radio a/4. Activamos la animación desde el menú contextual (botón derecho).
 y 	Observar que en la esquina inferior izquierda de la pantalla aparece el botón  . Si pinchamos sobre él, se para la animación y se cambia a  . Para volver a la animación se pincha otra vez.
Mejorar la estética de las circunferencias: desde el menú contextual de cada una de ellas, seleccionamos Propiedades y color rojo la primera, verde la segunda y azul la tercera. En Estilo, grosor del trazo a 0 y Sombreado a 100. Por último, ocultamos los ejes y los centros de las circunferencias.	

Actividad 3: Deslizadores de ángulos


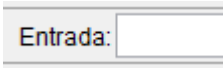

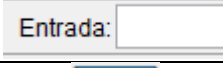

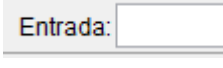





Como primer paso, preparamos el escenario: desde la Vista gráfica, pinchamos con el botón derecho y en la ventana que aparece seleccionamos , buscamos el eje Y y lo ocultamos. También lo podemos hacer desde la esquina superior derecha 

	Creamos un deslizador, pero ahora de ángulo y dejamos todo como está.
Entrada: <input type="text"/>	Creamos el punto (0,0) y otro punto B, por ejemplo (6,0).
	Pinchando en B y en A dibujamos un ángulo de amplitud α . Para escribir el ángulo debemos seleccionarlo desde la esquina izquierda. 
	Lo animamos desde el menú contextual y vemos qué ocurre. Pararlo. Crear el segmento AB' , cambiarle el color, aumentar el grosor y ponerle un rastro. Animar el ángulo y observar que ocurre.

Actividad 4: para hacer desaparecer el rastro **Ctrl F**


	Borramos el rastro, quitamos el segmento AB' y creamos el punto medio de AB' , será C.
	Segmento CB' . Le ponemos rastro y animamos el ángulo. Ver qué ocurre.

Actividad 5: Práctica para enseñar sumas y restas con números enteros. Lo primero, igual que antes, ocultamos el eje Y.

	Creamos dos deslizadores que llamaremos P y S , con valores entre -10 y 10, horizontales, con incremento 1. Les colocamos arriba para que no estorben y les fijamos con posición absoluta en pantalla.
	Desde la Barra de Entrada vamos a crear tres puntos: $A = (0,1)$ $B = (P,1)$ $C = (P+S,0.5)$
	Creamos el vector que une los puntos A y B. Con el botón derecho abrimos su menú contextual, lo pintamos de azul y aumentamos el grosor. Podemos ocultar el punto A
	Creamos el punto $D = (P, 0.5)$
	Y el vector $[D,C]$ que pintamos de rojo y también aumentamos su grosor. Ocultamos el punto C.
	Creamos los puntos: $E = (P + S,0)$ y $F = (0,0)$. Podemos cambiar el color del punto E y aumentar un poco su tamaño.
	Y el vector $[F, E]$ que pintamos de verde y aumentamos su grosor.
	Escribimos el texto: "SUMA DE NÚMERO S ENTEROS". Desde su menú contextual se puede cambiar el color y el tamaño haciéndolo un poco más grande.
	$P + S = P + S$
	"El resultado es ="
	Sólo queda mover los deslizadores y ver que ocurre....

Si queremos ponerlo más bonito, podemos seleccionar una imagen de algún dibujo, como por ejemplo esta jirafa y la guardamos en el ordenador.

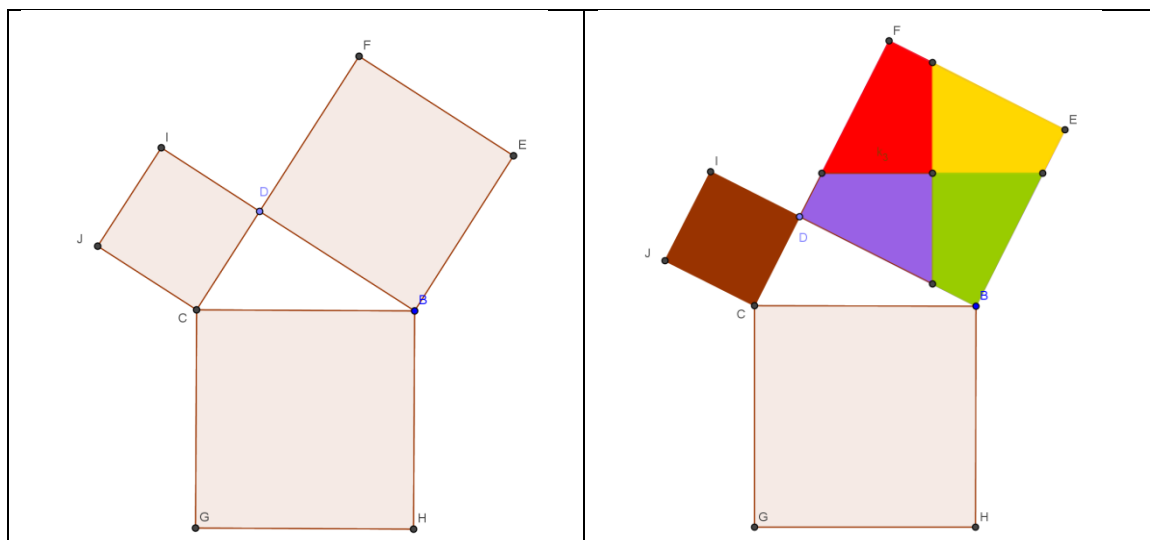


	Pinchamos en la ventana gráfica y seleccionamos la imagen elegida. Normalmente suele más grande de lo que necesitamos, podemos disminuirla desde los puntos que aparecen.
---	---

Entrada: <input type="text"/>	Desde la Barra de Entrada nos creamos dos puntos más: $G = (P+S+2, 0.5)$ y $H = (P+S, 4)$
Pinchamos sobre la imagen con el Botón Derecho , y en Propiedades seleccionamos Posición . En la esquina 1 marcamos C, en la 2 marcamos G y en la 4 marcamos H. Al mover los deslizadores, observar que ocurre.	





Actividad 6: elaborar piezas movibles. Esta actividad nos permitirá crear distintas piezas movibles como si fueran puzzles o rompecabezas. Una vez entendido el concepto podremos elaborar pentaminós, un tangram,








Para ello vamos a desarrollar una demostración del Teorema de Pitágoras muy sencilla, la de **Henry Perigal**.





Comenzamos construyendo un triángulo rectángulo, los cuadrados sobre los catetos y la hipotenusa. Ahora, por el centro del cuadrado construido sobre el cateto mayor se traza un segmento paralelo a la hipotenusa y otro perpendicular a él. Se obtienen así 4 piezas iguales, que reordenadas adecuadamente, junto con el cuadrado construido sobre el cateto menor, recubren el cuadrado construido sobre la hipotenusa. Una forma puede ser la siguiente:

Podemos activar la **ventana de Geometría**  y la **vista algebraica**.






	Dibujamos una circunferencia con la herramienta centro, punto . Renombramos el centro O
	Trazamos el diámetro que pasa por OB.
	En el otro extremo marcamos el punto de intersección de la circunferencia y el diámetro. Le llamamos C
	Colocamos un punto A sobre la circunferencia que será el que nos servirá para el ángulo recto. Ocultamos la circunferencia, el diámetro y el centro.

	Con la herramienta polígono , construimos el triángulo rectángulo ABC.
	Con la herramienta polígono regular construimos los cuadrados sobre los catetos y la hipotenusa. Sólo hay que pinchar en dos de los vértices teniendo cuidado con el orden en el que se pinchan los vértices, de izquierda a derecha.
	Con la herramienta segmento , dibujamos una diagonal del cuadrado pequeño.
	Con la herramienta punto, centro marcamos el centro de la misma y ocultamos la diagonal.
	Con la herramienta recta paralela , pinchamos en el punto anterior y en la hipotenusa para obtener una paralela. Marcamos la intersección de los extremos. Ocultamos la recta y dibujamos el segmento.
	Con la herramienta recta perpendicular dibujamos la recta perpendicular por el centro al segmento anterior. Igual que antes, marcamos la intersección de los extremos, ocultamos la recta y dibujamos el segmento.
	Podemos dibujar las piezas que hemos obtenido y cambiarlas el color.

Ahora pasamos a la construcción de esas piezas para que las podamos mover y girar. Comenzamos con **el cuadrado pequeño** que es el más fácil, se puede hacer de varias formas, pero, para mí, la más fácil es buscar, bien en la ventana algebraica, bien pinchando en uno de los lados, la letra del segmento con que está definido, yo he visto el **segmento k**:

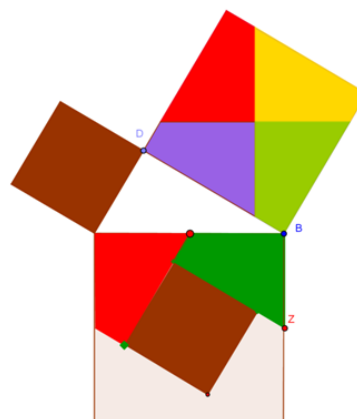
	Con la herramienta circunferencia, radio , en radio escribo la letra k y marco un punto sobre la circunferencia. Se oculta la circunferencia. Importante: fijarse que al mover los dos puntos azules, uno desplaza la circunferencia y el otro gira. Cambiar su color: el que se desplaza en rojo y el que gira en verde. Si están muy grandes, disminuir el tamaño.
	Se construye un cuadrado pinchando en los dos puntos obtenidos. Ocultar lo que sobre. Debe quedar sólo el cuadrado y los dos puntos: el rojo y el verde

Vamos con las **otras cuatro figuras**: si sabemos construir una, sabremos construir las tres restantes porque son iguales. Fijarse que tienen un ángulo recto:

	Circunferencia de radio uno de los lados del ángulo recto, da igual porque son iguales. En rojo el centro de la circunferencia, en verde el extremo. Fijarse que al moverlos, el rojo desplaza la construcción, el verde la gira.
	Recta perpendicular por el centro. Marcar el punto de intersección
	Buscamos en la ventana algebraica el valor de los otros dos segmentos de los cuadriláteros. Circunferencias desde los puntos anteriores, por ejemplo, d_1 , se escribe d_1 ó l_1 que se escribe l_1
	Se marca el punto de intersección de las dos circunferencias. Se oculta todo lo innecesario. Deben quedar los 4 puntos. El punto P, color rojo (es el que se mueve), el punto Q, color verde (es el que gira).
	Construimos la pieza con la herramienta Polígono. Comprobar que pinchando en el punto rojo se puede mover, y en el punto verde la podemos girar.

Ahora hay que construir las otras tres piezas. Se crean de la misma manera

Al final, nos quedará algo parecido a esto, teniendo en cuenta que las piezas del cuadrado grande son movibles.



Actividad 7: daremos, ahora, un vistazo a Geogebra 3D y texto animado. Para poder ver un poco lo que se puede hacer con 3D demostraremos dos fórmulas, el área de la esfera y su volumen:

- a) El área de la esfera es igual a $4\pi \cdot r^2$ y es aproximadamente igual al área lateral del cilindro $2\pi \cdot r \cdot h$ que tiene como altura dos veces el radio de la esfera y como base un círculo cuyo radio es el mismo de la esfera.



Abrimos la ventana 3D y desde su menú gráfico quitamos los ejes, el plano xOy y la caja de recorte.

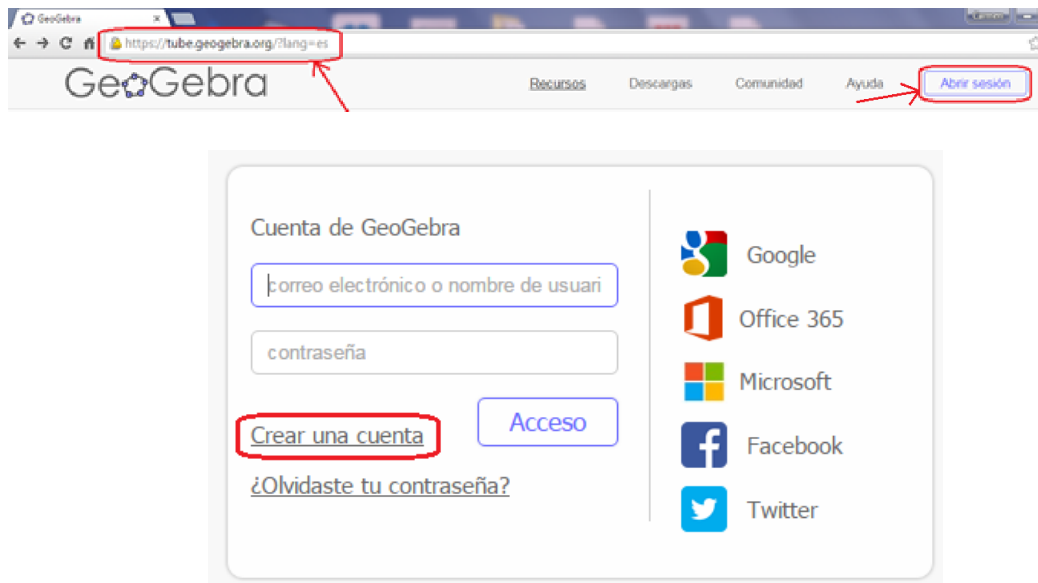
	Desde la vista gráfica normal creamos un deslizador al que llamamos r, con valores entre 0 y 5, y con un incremento de 0.1
	Desde la Barra de entrada creamos el punto A(0,0,0) y B(0,0,r)
	Esfera de centro A y radio = r
	Recta que pasa por AB
	Punto de intersección entre la recta anterior y la esfera. Nos podemos ayudar de la vista algebraica. Será el punto D
	Cilindro cuyas bases pasan por los puntos B y D y de radio = Altura
	Con la herramienta Texto escribimos: $\text{Área lateral cilindro} = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2$
	$\text{Área esfera} = 4\pi r^2 = 4\pi r^2$

- b) El volumen de la esfera es igual a los 2/3 del volumen del cilindro circular circunscrito a ella. En la misma práctica y con la herramienta texto escribimos:

	$\text{Volumen de la esfera} = 4/3 \pi r^3 = 4\pi r^3 / 3$
	$\text{Volumen del cilindro} = 2/3 \pi r^2 \cdot 2r = 4\pi r^3 / 3$

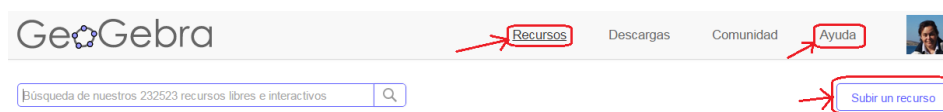
Geogebra Tube: es el lugar ideal para buscar buenos ejemplos y para guardar aquellas construcciones que deseamos utilizar en nuestras clases. En primer lugar hay que crearse una cuenta para lo que necesitamos un correo email. *Es muy útil Gmail porque se puede acceder desde Facebook, Twitter o Google +.*

Escribiendo **Geogebra Tube** en el navegador nos lleva a la página que nos permite registrarnos:



Sólo hay que seguir los pasos que se solicitan y recordar la contraseña.

Una vez dentro de **Geogebra Tube** podemos buscar construcciones interesantes en **Recursos**, **tutoriales desde Ayuda** o **subir nuestros propios archivos**.



Estos archivos que vamos creando y subiendo a Geogebra Tube se pueden organizar en libros

Mis recursos

New Worksheet

Subir un recurso

Mis Libros GeoGebra

Un Libro GeoGebra te permite agrupar distintos recursos a los que acceder conjuntamente con facilidad.

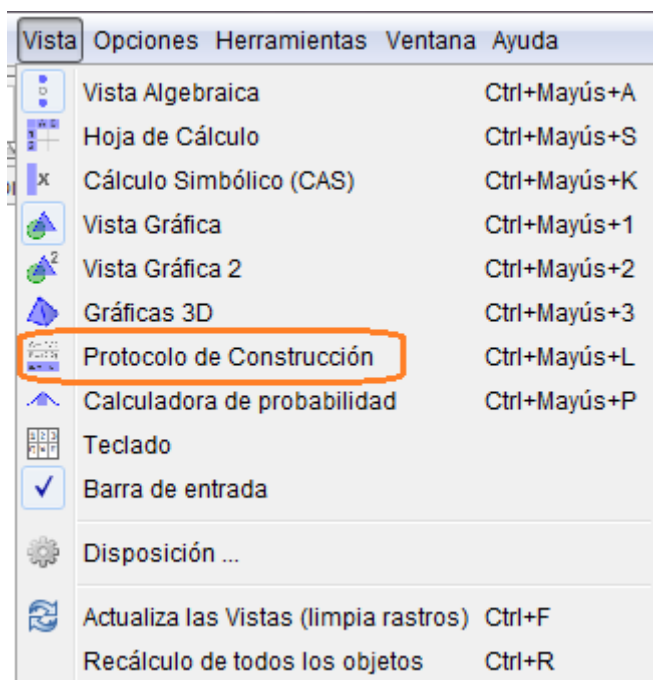
New GeoGebraBook

Lo que resulta muy interesante a la hora de trabajar con Geogebra en clase. Ejemplos de libros bien diseñados son:

- Los libros de **Nelson Lillo Terán** sobre suma de números naturales o divisibilidad.
- Los libros de Daniel Mentrard.



Cuando nos interesa un recurso en la esquina superior derecha pinchamos en descargar. Lo guardamos en nuestro ordenador y lo abrimos. Después vamos a Vista, Protocolo de construcción y vemos los pasos que ha seguido para su construcción:



Para terminar una serie de páginas muy útiles que contienen muchas construcciones de Geogebra que se pueden utilizar en el aula:

- catedu.es/MatemaTICinfantil/ y también desde Geogebra Tube en <http://www.geogebra.org/matematicinfantil>
- Geogebra en la Escuela Primaria que se encuentra Geogebra Tube en <http://www.geogebra.org/material/simple/id/2338637>
- [Proyecto Gauss](#)